

# 一般化適応制御の提唱と設計法の分類

山本 祥弘

知能情報工学科

(1993年9月1日受理)

## A New Generalized Adaptive Control and a Classification of Design Methods

by

Yoshihiro YAMAMOTO

Department of Information and Knowledge Engineering

(Received September 1, 1993)

Adaptive methods for control systems with unknown parameters have been minutely studied where minimum phase condition is imposed on controlled systems. This condition restricts the applicability of adaptive control theory.

In this paper, a new generalized adaptive control is proposed where the reference model consists of desired numerator and denominator polynomials and the numerator polynomial of the control system. It should be noted that the coefficients of the numerator polynomial of the control system are not known in advance and the reference model includes unknown parameters. Therefore, a new adjusting parameter is necessary to match the closed loop gain with the required one.

This paper also presents the classification of the design methods according to the degrees of controller polynomials and the form of the inner loop reference models.

**Key words :** generalized adaptive control, adaptive control, adaptive regulator, two-stage design method.

## 1. はじめに

適応制御系の設計法としてその主流であるモデル規範型適応制御は、スカラー系に対してすでに詳しい理論研究が完了し<sup>1)2)</sup>、現在は専ら多変数系、非線形系あるいは、ロバスト化など、より実用化に努力が向けられている。ところでモデル規範型適応制御には対象システムに対して最小位相の条件が課せられ、非最小位相系に対しては適応極配置がその代わりとなるというのが通説である。しかしながら、そのパラメータが未知であるシステムの最小位相であるか否かの判定は、事前には一般に不可能であること、および、システムの零点は極零相殺によってのみ変更可能であることを考慮すると、規範モデルがシステムの零点を保存する新しい形の一般化適応制御が考えられる。

本論の目的は、先に述べた一般化適応制御を提案すること、および従来からの適応制御も併せて、その設計法を次数および外乱補償の立場から分類整頓することである。次数の問題の一つは、設計アルゴリズムの計算に要する時間とサンプリング時間との関係から重要である。他の一つは、次数の増加による自由度を、最小次数で設計した適応ループに影響を与えることなく独立に設計できる方法を示すことである。一方、ここで述べる適応制御も筆者独自のもの<sup>3)4)</sup>であり、適応ループの外側にさらにフィードバック補償をする2重フィードバックループとなっており、適応ループとは独立に外側のフィードバック補償が可能な2自由度系となっているのが特徴である。また、本論で示す適応制御はすべて間接法で述べられている。従来型の適応制御は直接法でも可能であるが、新しく提案する一般化適応制御の直接法については、稿を改めて議論することにする。

## 2. 適応制御の分類

システムのパルス伝達関数を

$$y = \frac{R}{P} u \quad (1)$$

$P$  : モニック多項式,  $\deg P = n$ ,  $\deg R = m < n$ ,  
とするとき、規範入力  $u_a$  から出力  $y$  への希望パルス伝達関数の与え方により以下のように分類される。

### [1] 適応制御 :

$$y = \frac{R_a}{P_a} u_a, \quad (2)$$

$P_a$  : モニック安定多項式,

$$\deg P_a = n_a, \deg R_a = m_a < n_a.$$

すなわち、極と零点、従って閉ループ系全体に希望の特性をもたせる。ただし、 $R$ の極零相殺を伴うので、 $R$ が安定多項式であることを仮定する。

### [2] 一般化適応制御 :

$$y = \frac{K_a R_a' R}{P_a} u_a, \quad (3)$$

$P_a, R_a'$  : モニック安定多項式,

$$\deg P_a = n_a, \deg R_a' = m_a' < n_a - m,$$

すなわち、極配置を目的とし、システムの零点は保存する。ただし、零点の追加は可能としている。

ここに  $K_a$  は(3)式が  $R$  を含むので未知のゲインであり、閉ループ系にたいする希望ゲインを  $K_a^*$  とするとき

$$K_a^* = \frac{K_a R_a' (1) R (1)}{P_a (1)} \quad (4)$$

から求まるものである。

### [3] 適応レギュレータ (適応極配置) :

$$P_a y = 0, \quad (5)$$

$P_a$  : モニック安定多項式,  $\deg P_a = n_a$ ,

すなわち、出力  $y$  を希望の特性で0に漸近させることである。

ここに、[2]で  $R=1$  とすると[1]となり、[2]で  $R_a'=0$  または  $K_a=K_a^*=0$  とすると[3]となる。すなわち、[2]は形式的に[1]、[3]を含む最も一般的なものである。閉ループ系の伝達特性が、与えられた希望パルス伝達関数となるように制御入力  $u$  を設計するのがモデルマッチング法であり、対象システム(1)式のパラメータが未知のとき、この設計を適応的に行うのが適応制御である。この目標値特性の設計は制御の一つの目的であり、同時に重要な目的は、フィードバック特性の設計である。以下に述べる設計法は、これら二つの目的をそれぞれ独立に設計できる2自由度制御系となっている。

## 3. 適応制御系の設計法

### [1] 適応制御 :

制御器を

$$u = \frac{1}{K} \left[ v + \frac{A}{G} u + \frac{B}{GD} y \right], \quad (11)$$

$$(KG - A) Du = GDv + By$$

とおく。このとき閉ループ系は、

$$((KG-A)DP-BR)y = GDRv, \quad (1-2)$$

となる。ここで、任意のモニック安定多項式Tに対して、

$$T = QDP - B, \quad A = KG - QR \quad (1-3)$$

$$\deg T = \rho, \quad \deg Q = \rho - n - d, \quad \deg B = n + d - 1,$$

$$\deg G = \rho - n + m - d, \quad \deg D = d,$$

$$\deg A = \rho - n + m - d - 1, \quad Q: \text{モニック}, \quad (1-4)$$

とおくと(1-2)式は

$$Ty = GDv, \quad y = \frac{GD}{T}v, \quad (1-5)$$

となる。ただし、多項式Rの極零相殺を行っている。さらに、

$$v = \frac{T}{GD} \cdot \frac{R_d}{P_d} v_1, \quad (1-6)$$

ただし、 $\deg GD P_d - \deg T R_d \geq 0$  より、

$$n_d - m_d \geq n - m, \quad (1-7)$$

とおくと、(1-5)式、従って閉ループ系は

$$y = \frac{R_d}{P_d} v_1 \quad (1-8)$$

となる。ただし、多項式TおよびGDの相殺を行っている。これより、 $v_1 = u_d$  とすれば、(1-8)式は(2)式と一致し、目標値特性は達成されるが、フィードバック特性の改善のために、さらに次のような2重フィードバックを考える。

$$v_1 = \frac{T_1}{Q_1} u_d + \frac{B_1 P_d}{Q_1 R_d} y, \quad (1-9)$$

ここに、任意のモニック安定多項式 $T_1$ にたいして、

$$T_1 = Q_1 - B_1,$$

$$\deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1, \quad \deg B_1 < \rho_1, \quad (1-10)$$

である。(1-5)、(1-8)式から

$$v = \frac{T}{GD} \cdot \frac{R_d}{P_d} \cdot \frac{T_1}{Q_1} u_d + \frac{T}{GD} \cdot \frac{B_1}{Q_1} y, \quad (1-11)$$

としてもよい。(1-9)式を(1-8)式に代入しても閉ループ系はかわらず、やはり(2)式と一致している。すなわち、(1-10)式の各多項式は、目標値特性とは独立に、フィードバック特性の改善のために設計される。

つぎに各多項式の次数を決定するが、制御器の相対次数により次の2つに分類される。

**\*M0** : 相対次数 =  $\deg GD - \deg B = 0$  のとき、 $\rho - n + m = n - 1$  より

$$\deg T = \rho = 2n - m + d - 1, \quad \deg Q = n - m - 1,$$

$$\deg G = n - 1, \quad \deg A = n - 2,$$

$$\deg B = \deg GD = n + d - 1, \quad (1-12)$$

また、 $\deg GD Q_1 - \deg T B_1 = 0$  より

$$\deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1, \quad \deg B_1 = \rho_1 - n + m$$

$$; \rho_1 \geq n - m, \quad (1-13)$$

**\*M1** : 相対次数 =  $\deg GD - \deg B = 1$  のとき、 $\rho - n + m = n$  より

$$\deg T = \rho = 2n - m + d, \quad \deg Q = n - m, \quad \deg G = n,$$

$$\deg A = n - 1, \quad \deg B = n + d - 1,$$

$$\deg GD = n + d, \quad (1-14)$$

また、 $\deg GD Q_1 - \deg T B_1 = 1$  より

$$\deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1, \quad \deg B_1 = \rho_1 - n + m - 1$$

$$; \rho_1 \geq n - m + 1, \quad (1-15)$$

となる。ここに、制御器に含まれる多項式A, Bの未知パラメータ数は

$$*M0 : 2n + d - 1, \quad *M1 : 2n + d, \quad (1-16)$$

である。以上の結果より制御入力uは

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{T}{GD} \cdot \frac{R_d}{P_d} \left( \frac{T_1}{Q_1} u_d + \frac{B_1}{Q_1} \cdot \frac{P_d}{R_d} y \right) + \frac{\Lambda}{G} u + \frac{B}{GD} y \right],$$

$$= \frac{1}{K} \left[ \frac{TR_d T_1}{GD P_d Q_1} u_d + \frac{\Lambda}{G} u + \left( \frac{T B_1}{GD Q_1} + \frac{B}{GD} \right) y \right], \quad (1-17)$$

となり、これをブロック線図で表すと [Fig. 1] のようになる。ここに、多項式 $\Lambda$ , Bの係数およびKを固定すればモデルマッチングによる制御となり、これらを可変として適応アルゴリズムで調整すれば適応制御となる。

[Fig. 1] で $w_u$ および $w_v$ はそれぞれ入力雑音、観測雑音であり、 $P^*$ ,  $R^*$ は実システムの特性を表している。このとき、 $w_u$ ,  $w_v$ および $u_d$ から出力yへの特性は次式となる。

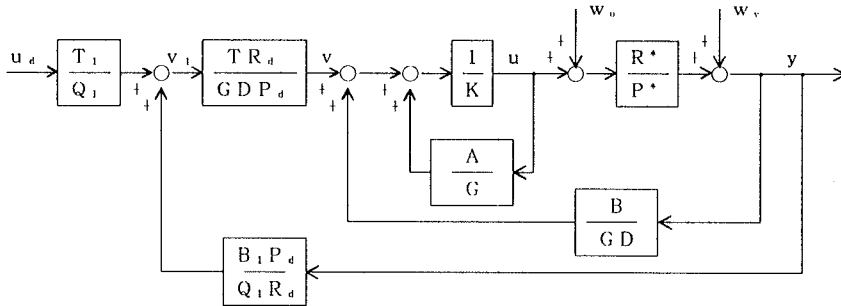
$$(DQ_1(KG-A)P^* - (TB_1 + BQ_1)R^*) P_d y = R^* T T_1 R_d u_d + P_d D Q_1 (KG - A)(R^* w_u + P^* w_v), \quad (1-18)$$

ここで、 $KG - A = QR$ ,  $T = QDP - B$ ,  $T_1 = Q_1 - B_1$  をもちいると、

$$y = \left[ 1 - \frac{Q_1 Q D (R P^* - P R^*)}{Q_1 Q D (R P^* - P R^*) + T_1 T R^*} \right] \frac{R_d}{P_d} u_d + \frac{Q_1 Q D R}{Q_1 Q D (R P^* - P R^*) + T_1 T R^*} (R^* w_u + P^* w_v), \quad (1-19)$$

となる。もし、 $P = P^*$ ,  $R = R^*$  であれば

$$y = \frac{R_d}{P_d} u_d + \frac{Q_1 Q D}{T_1 T} (R w_u + P w_v), \quad (1-20)$$



[Fig.1] Block diagram of the closed loop adaptive control system

となる。先に求めた設計法において、多項式 \$T\$ の選択はフィードバック特性に影響を及ぼすが、以下ではその選択のうちの極端な場合である 2 通りを考える。

[1-1] : \$T\$ を単項式とする場合。

ここでさらに、\$T\_1 = Q\_1 = 1\$、\$B\_1 = 0\$ とすると(1-17)式は次式となる。

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{T R_d}{G D P_d} u_d + \frac{A}{G} u + \frac{B}{G D} y \right] \quad (1-21)$$

ここで、

\*M0 : \$\deg T = \rho = 2n - m + d - 1\$, \$\deg G = n - 1\$,  
\$\deg Q = n - m - 1\$, \$\deg B = n + d - 1\$, \$\deg D = d\$,  
\$\rho\_1 = n - m\$,

とする場合を《方法 1-1》とし、

\*M1 : \$\deg T = \rho = 2n - m + d\$, \$\deg Q = n - m\$,  
\$\deg G = n\$, \$\deg B = n + d - 1\$, \$\deg D = d\$,  
\$\rho\_1 = n - m + 1\$,

とする場合を《方法 1-2》とする。

[1-2] : \$T = P\_d D\$, \$G = R\_d\$ とする場合。

このとき(1-17)式は

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{T_1}{Q_1} u_d + \frac{A}{R_d} u + \left( \frac{P_d B_1}{R_d Q_1} + \frac{B}{R_d D} \right) y \right] \quad (1-22)$$

となり、従来の 2 段階設計法と一致する。ただし、\$\deg T = \deg P\_d D\$, \$\deg G = \deg R\_d\$ より

\*M0 : \$n\_d = 2n - m - 1\$, \$m\_d = n - 1\$,

その他は [1-1] \*M0 と同じ。

\*M1 : \$n\_d = 2n - m\$, \$m\_d = n\$,

その他は [1-1] \*M1 と同じ。

となり、これらをそれぞれ《方法 1-3》, 《方法 1-4》とする。

以下では、\$n=2\$, \$m=1\$, \$d=1\$ としたときの例題を示す。ただし、\$P = z^2 + p\_1 z + p\_2\$, \$R = r\_0 z + r\_1\$ とおく。

<例題 1 \*M0> : \$\deg T = \rho = 3\$, \$\deg Q = 0\$, \$\deg G = 1\$, \$\deg B = 2\$, \$\deg D = 1\$ より

$$T = z^3 + t_1 z^2 + t_2 z + t_3, \quad Q = 1, \quad D = z + d,$$

$$G = g_0 z + g_1, \quad B = b_0 z^2 + b_1 z + b_2,$$

とおき、(1-3)式より、

$$z^3 + t_1 z^2 + t_2 z + t_3 = (z + d) \cdot$$

$$(z^2 + p_1 z + p_2) - (b_0 z^2 + b_1 z + b_2),$$

$$A = a = K(g_0 z + g_1) - (r_0 z + r_1)$$

従って、

$$K = r_0 / g_0, \quad a = r_0 g_1 / g_0 - r_1,$$

$$b_0 = d + p_1 - t_1, \quad b_1 = d p_1 + p_2 - t_2,$$

$$b_2 = d p_2 - t_3,$$

となり、また、\$\rho\_1 = 1\$ 従って、

$$T_1 = z + t_{11}, \quad Q_1 = z + q_{11}, \quad B_1 = q_{11} - t_{11},$$

および、\$n\_d = 2\$, \$m\_d = 1\$ 従って

$$P_d = z^2 + p_{d1} z + p_{d2}, \quad R_d = r_{d0} z + r_{d1}$$

とおくと制御器は、

$$u = \frac{1}{K} \left[ v + \frac{a}{g_0 z + g_1} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(g_0 z + g_1)(z + d)} y \right]$$

$$v = \frac{(z^3 + t_1 z^2 + t_2 z + t_3)(r_{d0} z + r_{d1})}{(g_0 z + g_1)(z + d)(z^2 + p_{d1} z + p_{d2})} v_1$$

$$v_1 = \frac{z + t_{11}}{z + q_{11}} u_d$$

$$+ \frac{(q_{11} - t_{11})(z^2 + p_{d1} z + p_{d2})}{(z + q_{11})(r_{d0} z + r_{d1})} y$$

と表される。

《方法 1-1》 : ここで、\$T = z^3\$, \$G = z\$, すなわち、

$t_1 = t_2 = t_3 = 0$  および、 $g_0 = 1$ ,  $g_1 = 0$  とすると

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{(z + t_{11})z^2(r_{d0}z + r_{d1})}{(z + q_{11})(z + d)(z^2 + p_{d1}z + p_{d2})} u_d + \frac{a}{z} u + \left( \frac{(q_{11} - t_{11})z^2}{(z + q_{11})(z + d)} + \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{z(z + d)} \right) y \right],$$

となる。さらに

a)  $q_{11} = t_{11}$  ( $T_1 = Q_1 = 1$ ,  $B_1 = 0$  と等価)、

b)  $d = 0$  ( $D = 1$  と等価) 従って  $b_2 = 0$ 、

c)  $q_{11} = t_{11}$  および  $d = 0$ 、

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

【方法1-3】: ここで、 $T = P_d D$ ,  $G = R_d$ , 従って、

$$t_1 = p_{d1} + d, \quad t_2 = p_{d1}d + p_{d2}, \quad t_3 = p_{d2}d,$$

および、 $g_0 = r_{d0}$ ,  $g_1 = r_{d1}$  とおくと、

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{z + t_{11}}{z + q_{11}} u_d + \frac{a}{r_{d0}z + r_{d1}} u + \left( \frac{(q_{11} - t_{11})(z^2 + p_{d1}z + p_{d2})}{(z + q_{11})(r_{d0}z + r_{d1})} + \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{(r_{d0}z + r_{d1})(z + d)} \right) y \right],$$

となり、さらに

a)  $q_{11} = t_{11}$ 、

b)  $d = 0$  従って  $b_2 = 0$ 、

c)  $q_{11} = t_{11}$  および  $d = 0$ 、

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

<例題1 \* M1> :  $\deg T = \rho = 4$ ,  $\deg Q = 1$ ,  $\deg G = 2$ ,  $\deg B = 2$ ,  $\deg D = 1$  より

$$T = z^4 + t_1z^3 + t_2z^2 + t_3z + t_4, \quad Q = z + q,$$

$$G = g_0z^2 + g_1z + g_2, \quad B = b_0z^2 + b_1z + b_2,$$

$$D = z + d$$

とおき、(1-3)式より、

$$\begin{aligned} z^4 + t_1z^3 + t_2z^2 + t_3z + t_4 \\ = (z + q)(z + d)(z^2 + p_1z + p_2) \\ - (b_0z^2 + b_1z + b_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A = a_0z + a_1 = K(g_0z^2 + g_1z + g_2) \\ - (z + q)(r_0z + r_1) \end{aligned}$$

従って、

$$K = r_0 / g_0, \quad a_0 = K g_1 - (q r_0 + r_1),$$

$$a_1 = K g_2 - q r_1, \quad q = t_1 - (d + p_1),$$

$$b_0 = (q + d)p_1 + p_2 + qd - t_2,$$

$$b_1 = qd p_1 + (q + d)p_2 - t_3,$$

$$b_2 = qd p_2 - t_4,$$

となり、また、 $\rho_1 = 2$  従って、

$$T_1 = z^2 + t_{11}z + t_{12}, \quad Q_1 = z^2 + t_{11}z + q_{12},$$

$$B_1 = q_{12} - t_{12},$$

および、 $n_d = 3$ ,  $m_d = 2$  より、

$$P_d = z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3},$$

$$R_d = r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2}$$

とおくと制御器は、

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{K} \left[ v + \frac{a_0z + a_1}{g_0z^2 + g_1z + g_2} u + \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{(g_0z^2 + g_1z + g_2)(z + d)} y \right], \\ v = \frac{(z^4 + t_1z^3 + t_2z^2 + t_3z + t_4)}{(g_0z^2 + g_1z + g_2)(z + d)} \\ + \frac{(r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2})}{(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})} v_1, \\ v_1 = \frac{z^2 + t_{11}z + t_{12}}{z^2 + t_{11}z + q_{12}} u_d \\ + \frac{(q_{12} - t_{12})(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})}{(z^2 + t_{11}z + q_{12})(r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2})} y, \end{aligned}$$

と表される。

【方法1-2】: ここで、 $T = z^4$ ,  $G = z^2$ , すなわち、

$$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 0, \quad g_0 = 1, \quad g_1 = g_2 = 0$$

とすると

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{K} \left[ \frac{z^2(z^2 + t_{11}z + t_{12})}{(z^2 + t_{11}z + q_{12})(z + d)} \right. \\ + \frac{(r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2})}{(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})} u_d + \frac{a_0z + a_1}{z^2} u \\ \left. + \left( \frac{(q_{12} - t_{12})z^2}{(z^2 + t_{11}z + q_{12})(z + d)} + \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{z^2(z + d)} \right) y \right], \end{aligned}$$

となり、さらに

a)  $q_{12} = t_{12}$ 、

b)  $d = 0$  従って  $b_2 = 0$ 、

c)  $q_{11} = t_{11}$  および  $d = 0$ 、

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

【方法1-4】: ここで、 $T = P_d D$ ,  $G = R_d$ , 従って、

$$t_1 = p_{d1} + d, \quad t_2 = p_{d1}d + p_{d2},$$

$$t_3 = p_{d2}d + p_{d3}, \quad t_4 = p_{d3}d,$$

$$g_0 = r_{d0}, \quad g_1 = r_{d1}, \quad g_2 = r_{d2}$$

とおくと、

$$u = \frac{1}{K} \left[ \frac{z^2 + t_{11}z + t_{12}}{z^2 + t_{11}z + q_{12}} u_d + \frac{a_0z + a_1}{r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2}} u + \left( \frac{(q_{12} - t_{12})(z^2 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})}{(z^2 + t_{11}z + q_{12})(r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2})} + \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{(r_{d0}z^2 + r_{d1}z + r_{d2})(z + d)} \right) y \right]$$

となり、さらに

$$a) q_{12} = t_{12},$$

$$b) d = 0 \text{ 従って } b_2 = 0,$$

$$c) q_{11} = t_{11} \text{ および } d = 0,$$

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

## [2] 一般化適応制御：

制御器を

$$u = Kv + \frac{A}{G} u + \frac{B}{GD} y, \quad (2-1)$$

$$(G-A)Du = KGDv + By$$

とおく。このとき閉ループ系は、

$$((G-A)DP - BR)y = KGDRv, \quad (2-2)$$

となる。ここで、任意のモニック安定多項式  $T$  に対して、

$$T = QDP - BR, \quad A = G - Q \quad (2-3)$$

$$\deg T = \rho, \quad \deg Q = \deg G = \rho - n - d, \quad \deg D = d,$$

$$\deg B = n + d - 1, \quad \deg A = \rho - n - d - 1,$$

$$Q, G: \text{モニック}, \quad (2-4)$$

とおくと(2-2)式は

$$Ty = KGDRv, \quad y = \frac{KGDR}{T} v, \quad (2-5)$$

となる。さらに、

$$v = \frac{T}{GD} \cdot \frac{R_d'}{P_d} v_1, \quad (2-6)$$

$$\text{ただし、} \deg G D P_d - \deg T R_d' \geq 0 \text{ より、}$$

$$n_d - m_d' \geq n, \quad (2-7)$$

とおくと、(2-5)式、従って閉ループ系は

$$y = \frac{K R_d' R}{P_d} v_1, \quad K = K_d = \frac{K_d' P_d(1)}{R_d'(1) R(1)},$$

$$K_d': \text{希望ゲイン}, \quad (2-8)$$

となる。ただし、多項式  $T$  および  $GD$  の相殺を行っている。これより、 $v_1 = u_d$  とすれば、(2-8)式は(2)式と一致し、目標値特性は達成されるが、フィードバック特性の改善のために、さらに次のような2重フィードバックを考える。

$$v_1 = \frac{T_1}{Q_1} u_d + \frac{B_1 P_d}{Q_1 R_d'} y, \quad (2-9)$$

ここに、任意のモニック安定多項式  $T_1$  にたいして、

$$T_1 = Q_1 - K R B_1, \quad \deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1,$$

$$\deg B_1 \leq \rho_1 - (n_d - m_d') < \rho_1 - m, \quad (2-10)$$

である。ただし、(2-9)式はこのままでは実行不可能であり、次のように変形する。

$$v_1 = - \frac{K R B_1}{T_1} v_1 + u_d + \frac{B_1 P_d}{T_1 R_d'} y. \quad (2-11)$$

(2-9)式を(2-8)式に代入しても閉ループ系はかわらず、やはり(2)式と一致している。すなわち、(2-10)式の各多項式は、目標値特性とは独立に、フィードバック特性の改善のために設計される。

つぎに各多項式の次数を決定するが、制御器の相対次数により次の2つに分類される。

\*M0：相対次数 =  $\deg G D - \deg B = 0$  のとき、 $\rho - n = n + d - 1$  より

$$\deg T = \rho = 2n + d - 1, \quad \deg Q = \deg G = n - 1,$$

$$\deg B = \deg G D = n + d - 1, \quad (2-12)$$

また、 $\deg Q_1 R_d' - \deg B_1 P_d = 0$  より

$$\deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1, \quad \deg B_1 = \rho_1 - n_d + m_d' \quad (2-13)$$

\*M1：相対次数 =  $\deg G D - \deg B = 1$  のとき、 $\rho - n = n + d$  より

$$\deg T = \rho = 2n + d, \quad \deg Q = \deg G = n,$$

$$\deg B = n + d - 1, \quad \deg G D = n + d, \quad (2-14)$$

また、 $\deg Q_1 R_d' - \deg B_1 P_d = 1$  より

$$\deg T_1 = \deg Q_1 = \rho_1,$$

$$\deg B_1 = \rho_1 - n_d + m_d' - 1, \quad (2-15)$$

となる。以上の結果より制御入力  $u$  は

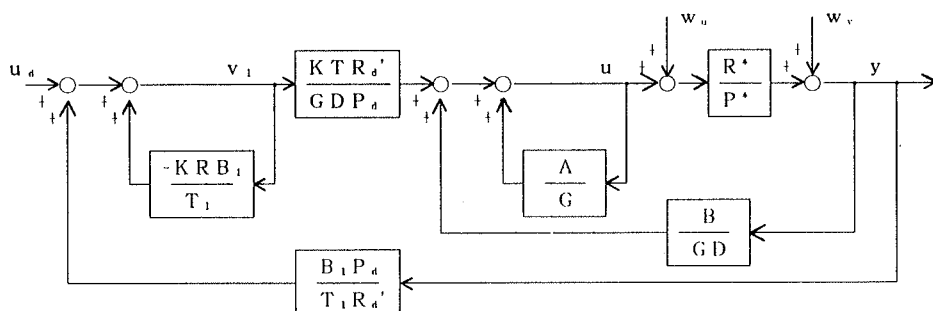
$$u = \frac{K T R_d'}{G D P_d} v_1 + \frac{A}{G} u + \frac{B}{G D} y,$$

$$v_1 = - \frac{K R B_1}{T_1} v_1 + u_d + \frac{B_1 P_d}{T_1 R_d'} y, \quad (2-16)$$

となり、これをブロック線図で表すと [Fig. 2] のようになる。ここに、多項式  $A, B$  の係数および  $K$  を固定すればモデルマッチングによる制御となり、これらを可変として適応アルゴリズムで調整すれば適応制御となる。

[Fig. 2] で  $w_u$  および  $w_y$  はそれぞれ入力雑音、観測雑音であり、 $P^*, R^*$  は実システムの特徴を表している。このとき、 $w_u, w_y$  および  $u_d$  から出力  $y$  への特性は次式となる。

$$(D(T_1 + K R B_1)(K G - A)P^* - [K T B_1 + B(T_1 + K R B_1)] R^*) P_d y$$



[Fig.2] Block diagram of the closed loop generalized adaptive control system

$$= R^* K T T_1 R_d' u_d + P_d D (T_1 + K R B_1) (G - A) (R^* w_u + P^* w_v). \quad (2-17)$$

ここで、

$$G - A = Q, \quad T = Q D P - B R, \quad T_1 + K R B_1 = Q_1$$

をもちいると、

$$y = \left( 1 - \frac{Q_1 Q D (P^* - P) - (K T B_1 + B Q_1) R^*}{Q_1 Q D P^* - (K T B_1 + B Q_1) R^*} \cdot \frac{+ B Q_1 (R^* - R)}{1} \right) \frac{K R_d' R^*}{P_d} u_d + \frac{Q_1 Q D}{Q_1 Q D P^* - (K T B_1 + B Q_1) R^*} (R^* w_u + P^* w_v), \quad (2-18)$$

となる。もし、 $P = P^*$ ,  $R = R^*$  であれば

$$y = \frac{K R_d' R}{P_d} u_d + \frac{Q_1 Q D}{T_1 T} (R w_u + P w_v), \quad (2-19)$$

となる。

先に求めた設計法において、多項式  $T$  の選択はフィードバック特性に影響を及ぼすが、以下ではその選択のうちの極端な場合である2通りを考える。

[2-1] :  $T, G$  を単項式とする場合。ここでさらに、 $T_1 = Q_1 = 1, B_1 = 0$  とすると(2-16)式は次式となる。

$$u = \frac{K T R_d'}{G D P_d} u_d + \frac{A}{G} u + \frac{B}{G D} y. \quad (2-20)$$

ここで、

\*M0 :  $\deg T = \rho = 2n + d - 1, \deg Q = \deg G = n - 1, \deg B = \deg G D = n + d - 1,$

とする場合を《方法2-1》とし、

\*M1 :  $\deg T = \rho = 2n + d, \deg Q = \deg G = n, \deg B = n + d - 1, \deg G D = n + d,$

とする場合を《方法2-2》とする。

[2-2] :  $T = P_d D, G = R_d'$  とする場合。

このとき(2-16)式は

$$u = K v_1 + \frac{A}{R_d'} u + \frac{B}{R_d' D} y,$$

$$v_1 = -\frac{K R B_1}{T_1} v_1 + u_d + \frac{B_1 P_d}{T_1 R_d'} y, \quad (2-21)$$

となる。ただし、 $\deg T = \deg P_d D, \deg G = \deg R_d'$  より

\*M0 :  $n_d = 2n - 1, m_d' = n - 1,$

その他は [2-1] \*M0 と同じ。

\*M1 :  $n_d = 2n, m_d' = n,$

その他は [2-2] \*M0 と同じ。

となり、これらをそれぞれ《方法2-3》, 《方法2-4》とする。

以下では、 $n=2, m=1, d=1$  としたときの例題を示す。ただし、 $P = z^2 + p_1 z + p_2, R = r_0 z + r_1$  とおく。

<例題2 \*M0> :  $\deg T = \rho = 4, \deg Q = \deg G = 1, \deg B = 2, \deg D = 1$  より

$$T = z^4 + t_1 z^3 + t_2 z^2 + t_3 z + t_4, \quad Q = z + q,$$

$$G = z + g, \quad B = b_0 z^2 + b_1 z + b_2, \quad D = z + d$$

とおき、(2-3)式より、

$$z^4 + t_1 z^3 + t_2 z^2 + t_3 z + t_4 = (z + q)(z + d)(z^2 + p_1 z + p_2) - (b_0 z^2 + b_1 z + b_2)(r_0 z + r_1),$$

従って、

$$r_0 b_0 - q = (d + p_1) - t_1$$

$$r_1 b_0 + r_0 b_1 - (d + p_1) q = (d p_1 + p_2) - t_2$$

$$r_1 b_1 + r_0 b_2 - (d p_1 + p_2) q = d p_2 - t_3$$

$$r_1 b_2 - d p_2 q = -t_4$$

から  $b_0, b_1, b_2$  および  $q$  が求まり、

$$A = a = (z + g) - (z + q), \quad a = g - q$$

となる。

また、 $n_d = 3, m_d' = 1$  より  $\rho_1 = 2$  従って、

$$T_1 = z^2 + t_{11}z + t_{12}, \quad Q_1 = z^2 + q_{11}z + q_{12},$$

$$B_1 = b_{10},$$

および、

$$P_d = z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3}, \quad R_d' = z + r_d'$$

とおくと(2-10)式より、

$$t_{11} = q_{11} - K r_0 b_{10}, \quad t_{12} = q_{12} - K r_1 b_{10},$$

が制約となる。結局、制御器は、

$$u = \frac{K(z^4 + t_1 z^3 + t_2 z^2 + t_3 z + t_4)}{(z + g)(z + d)} \cdot \frac{(z + r_d')}{(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})} v_1 + \frac{a}{z + g} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(z + g)(z + d)} y,$$

$$v_1 = -\frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^2 + t_{11}z + t_{12}} v_1 + u_d + \frac{b_{10}(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})}{(z^2 + t_{11}z + t_{12})(z + r_d')} y,$$

と表される。

【方法2-1】：ここで、 $T = z^4, G = z$ , すなわち、

$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 0$  および、 $g = 0$  とすると

$$u = \frac{K z^3(z + r_d')}{(z + d)(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})} v_1 + \frac{a}{z} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z(z + d)} y,$$

$$v_1 = -\frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^2 + t_{11}z + t_{12}} v_1 + u_d + \frac{b_{10}(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})}{(z^2 + t_{11}z + t_{12})(z + r_d')} y,$$

となり、さらに

$$a) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad (b_{10} = 0),$$

従って、 $T = Q = 1, B = 0, v_1 = u_d$ ,

$$b) d = 0 \text{ 従って } b_2 = 0,$$

$$c) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \text{ および } d = 0,$$

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

【方法2-3】：ここで、 $T = P_d D, G = R_d'$ , 従って、

$$t_1 = p_{d1} + d, \quad t_2 = p_{d2} + p_{d1}d, \quad t_3 = p_{d3} + p_{d2}d,$$

$$t_4 = p_{d3}d, \text{ および、 } g = r_d', \text{ とおくと}$$

$$u = K v_1 + \frac{a}{z + r_d'} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(z + r_d')(z + d)} y,$$

$$v_1 = -\frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^2 + t_{11}z + t_{12}} v_1 + u_d + \frac{b_{10}(z^3 + p_{d1}z^2 + p_{d2}z + p_{d3})}{(z^2 + t_{11}z + t_{12})(z + r_d')} y,$$

となり、さらに、

$$a) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad (b_{10} = 0),$$

従って  $v_1 = u_d$ ,

$$b) d = 0 \text{ 従って } t_4 = 0, \quad b_2 = 0,$$

$$c) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \text{ および、 } d = 0$$

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

<例題2 \* M1> : :  $\deg T = \rho = 5, \deg Q = \deg G = 2,$

$\deg B = 2, \deg D = 1$  より

$$T = z^5 + t_1 z^4 + t_2 z^3 + t_3 z^2 + t_4 z + t_5,$$

$$Q = z^2 + q_1 z + q_2, \quad G = z^2 + g_1 z + g_2,$$

$$B = b_0 z^2 + b_1 z + b_2, \quad D = z + d$$

とおき、(2-3)式より、

$$z^5 + t_1 z^4 + t_2 z^3 + t_3 z^2 + t_4 z + t_5 = (z^2 + q_1 z + q_2)(z + d)(z^2 + p_1 z + p_2) - (b_0 z^2 + b_1 z + b_2)(r_0 z + r_1),$$

従って、

$$-q_1 = (d + p_1) - t_1$$

$$r_0 b_0 - (d + p_1)q_1 - q_2 = p_2 + d p_1 - t_2$$

$$r_1 b_0 + r_0 b_1 - (d p_1 + p_2)q_1 - (d + p_1)q_2 = d p_2 - t_3$$

$$r_1 b_1 + r_0 b_2 - d p_2 q_1 - (d p_1 + p_2)q_2 = -t_4$$

$$r_1 b_2 - d p_2 q_2 = -t_5$$

から  $b_0, b_1, b_2$  および  $q_1, q_2$  が求まり、

$$A = a_0 z + a_1$$

$$= (z^2 + g_1 z + g_2) - (z^2 + q_1 z + q_2),$$

$$a_0 = g_1 - q_1, \quad a_1 = g_2 - q_2$$

となる。また、 $n_d = 4, m_d' = 2$  より  $\rho_1 = 3$  従って、

$$T_1 = z^3 + t_{11}z^2 + t_{12}z + t_{13},$$

$$Q_1 = z^3 + q_{11}z^2 + q_{12}z + q_{13}, \quad B_1 = b_{10},$$

および、

$$P_d = z^4 + p_{d1}z^3 + p_{d2}z^2 + p_{d3}z + p_{d4},$$

$$R_d' = z^2 + r_{d1}z + r_{d2}$$

とおくと(2-10)式より、

$$t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12} - K r_0 b_{10},$$

$$t_{13} = q_{13} - K r_1 b_{10},$$

が制約となる。結局、制御器は、



$$\begin{aligned}
 u = & \frac{K(z^5 + t_1 z^4 + t_2 z^3 + t_3 z^2 + t_4 z + t_5)}{(z^4 + p_{d1} z^3 + p_{d2} z^2 + p_{d3} z + p_{d4})} \\
 & \cdot \frac{(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')}{(z^2 + g_1 z + g_2)(z + d)} v_1 \\
 & + \frac{a_0 z + a_1}{z^2 + g_1 z + g_2} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(z^2 + g_1 z + g_2)(z + d)} y, \\
 v_1 = & - \frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13}} v_1 + u_d \\
 & + \frac{b_{10}(z^4 + p_{d1} z^3 + p_{d2} z^2 + p_{d3} z + p_{d4})}{(z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13})} \\
 & \cdot \frac{1}{(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')} y,
 \end{aligned}$$

と表される。

【方法2-2】：ここで、 $T = z^5$ 、 $G = z^2$ 、すなわち、 $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = 0$ 、 $g_1 = g_2 = 0$  とすると

$$\begin{aligned}
 u = & \frac{K z^3(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')}{(z^4 + p_{d1} z^3 + p_{d2} z^2 + p_{d3} z + p_{d4})} \\
 & \cdot \frac{1}{(z + d)} v_1 + \frac{a_0 z + a_1}{z^2} u + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^2(z + d)} y \\
 v_1 = & - \frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13}} v_1 + u_d \\
 & + \frac{b_{10}(z^4 + p_{d1} z^3 + p_{d2} z^2 + p_{d3} z + p_{d4})}{(z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13})} \\
 & \cdot \frac{1}{(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')} y,
 \end{aligned}$$

となり、さらに

$$a) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad b_{10} = 0,$$

$$\text{従って、} T_1 = Q_1 = 1, \quad B_1 = 0, \quad v_1 = u_d,$$

$$b) d = 0 \text{ 従って } b_2 = 0,$$

$$c) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad \text{および } d = 0,$$

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

【方法2-4】：ここで、 $T = P_d D$ 、 $G = R_d'$ 、従って、 $t_1 = p_{d1} + d$ 、 $t_2 = p_{d2} + p_{d1} d$ 、 $t_3 = p_{d3} + p_{d2} d$ 、 $t_4 = p_{d4} + p_{d3} d$ 、 $t_5 = p_{d4} d$ 、および、 $g_1 = r_{d1}'$ 、 $g_2 = r_{d2}'$ 、とおくと

$$\begin{aligned}
 u = & K v_1 + \frac{a_0 z + a_1}{z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}'} u \\
 & + \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')(z + d)} y, \\
 v_1 = & - \frac{K b_{10}(r_0 z + r_1)}{z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13}} v_1 + u_d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{b_{10}(z^4 + p_{d1} z^3 + p_{d2} z^2 + p_{d3} z + p_{d4})}{(z^3 + t_{11} z^2 + t_{12} z + t_{13})} \\
 & \cdot \frac{1}{(z^2 + r_{d1}' z + r_{d2}')} y,
 \end{aligned}$$

となり、さらに、

$$a) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad (b_{10} = 0),$$

$$\text{従って } v_1 = u_d,$$

$$b) d = 0 \text{ 従って } t_4 = 0, \quad b_2 = 0,$$

$$c) t_{11} = q_{11}, \quad t_{12} = q_{12}, \quad \text{および } d = 0,$$

とすると、制御器はそれぞれより簡単な形となる。

### [3] 適応レギュレータ (適応極配置) :

これは、[2] で  $u_d = 0$ 、 $K_d = K_d' = 0$ 、 $T = P_d$ 、とすればよい。(あるいは、 $R_d' = 0$ 、 $T = P_d$ 、 $v = 0$  としても同じ結果となる。) このとき制御器は

$$u = \frac{A}{G} u + \frac{B}{GD} y, \quad (G - A) D u = B y, \quad (3-1)$$

となる。このとき閉ループ系は、

$$(G - A) D P - B R \quad y = 0, \quad (3-2)$$

となる。ここで、任意のモニック安定多項式  $T$  に対して、

$$T = P_d = Q D P - B R, \quad A = G - Q \quad (3-3)$$

$$\deg T = \deg P_d = \rho = n_d, \quad \deg Q = \deg G = n_d - n - d,$$

$$\deg B = n + d - 1, \quad \deg A = n_d - n - d - 1,$$

$$\deg D = d; \quad Q, \quad G: \text{モニック}, \quad (3-4)$$

つぎに各多項式の次数を決定するが、制御器の相対次数により次の2つに分類される。

\*M0 : 相対次数  $= \deg G D - \deg B = 0$  のとき、 $n_d - n = n + d - 1$  より

$$\deg P_d = n_d = 2n + d - 1, \quad \deg Q = \deg G = n - 1,$$

$$\deg B = n + d - 1, \quad \deg A = n - 2, \quad (3-5)$$

\*M1 : 相対次数  $= \deg G D - \deg B = 1$  のとき、 $\rho - n = n + d$  より

$$\deg P_d = n_d = 2n + d, \quad \deg Q = \deg G = n,$$

$$\deg B = n + d - 1, \quad \deg A = n - 1, \quad (3-6)$$

となる。ここで、制御器(3-1)を、システム  $P^* y = R^* u$  に用いると閉ループ系は

$$(G - A) D P^* - B R^* \quad y = 0,$$

となる。いま、 $P^* = P z^p + \Delta P$ 、 $R^* = R z^p + \Delta R$ 、とすると、

$$(P_d z^p + (G - A) D \Delta P - B \Delta R) y = 0,$$

となる。この考察をさらに進めることは可能であるが、適応レギュレータのさらに面白い話題は、これらの結果を1入力多出力系に拡張することである。この一つの応

用は、多重倒立振子のような直列系のレギュレータであり、すでにその結果の一部も得られている<sup>5)</sup>ので、レギュレータの詳細については稿を改めることにする。

#### 4. まとめ：

本論では、モデル規範型適応制御の規範モデルに、制御対象の零点を保存させる一般化適応制御を提案した。さらに、この一般化適応制御および従来形の適応制御、適応レギュレータの設計法を二つの観点から分類し、具体的な設計手順を示した。分類方法の一つは制御器の相対次数であり、他の一つは適応ループにさらにフィードバックを施す2重フィードバック系の設計方法である。2重フィードバック系は、目標値特性とフィードバック特性とが独立に設計される2自由度制御系の構成となっているのが一つの特徴である。

本論で提案した一般化適応制御は、従来形の適応制御が不可能な場合にその威力を発揮するものである。しかしどちらも可能な場合、すなわち対象システムが最小位相系の場合を比較すると、余分な推定を行わなければならない一般化適応制御の方が若干制御性能の劣化が認められる。これは止むを得ないことであり、対象システムの分子多項式が充分安定な場合には、従来形の適応制御を用いることになる。ただし、離散時間系の最小位相性はサンプリング時間に依存しており、注意が必要である。一方、制御器の相対次数に関しても、アルゴリズムの計算時間がサンプリング時間と比較して充分短い場合には、

相対次数0の制御器を用いた方が良いのも当然である。また、2重フィードバック系の設計法に関しては、雑音などが存在する場合には、内側ループの特性を単項式とした方が、雑音等の影響をより抑えることができる。

以上の考察は、数値例によるシミュレーションに基づくものであるが、シミュレーション結果については文献6)に詳しく示されている。また、適応制御での適応アルゴリズムは筆者が開発した一般化修正最小2乗適応アルゴリズム<sup>7),8)</sup>が用いられている。

#### 5. 参考文献：

- 1) K. J. Astrom, B. Wittenmark: Adaptive Control, Addison-Wesley, 1989.
- 2) G. C. Goodwin & K. S. Sin: Adaptive Filtering Prediction and Control, Prentice-Hall, 1984.
- 3) 山本祥弘：外乱対策を伴うモデルマッチングと適応制御、SICE論文集、24-11、100/102、1988.
- 4) 山本祥弘：ロバスト制御系の設計法とその評価法、第18回制御理論シンポジウム資料、137/140、1989.
- 5) 山本祥弘：1入力多出力系の適応レギュレータ、第13回適応制御シンポジウム資料、97/100、1993.
- 6) 葛西洋利：鳥取大学工学研究科修士論文、1992.
- 7) 山本祥弘：修正最小2乗法による適応アルゴリズム、SICE論文集、26-12、22/27、1990.
- 8) Y. YAMAMOTO: to appear in Proc. of '93 KACC, October, 1993.